

L'histoire



des

moutons...

Décimaux, entiers... en 6ème : toute une histoire !

WAR, GUILLE



Décimaux, entiers... en 6ème : toute une histoire !

Au début, il n'y avait rien.

Même pas 1,

Même pas 2,

Même pas 10.

Et surtout pas 0.

Et les moutons sont arrivés.



Oui, oui, les moutons.

Décimaux, entiers... en 6ème : toute une histoire !

Un berger, le matin, faisait sortir son troupeau de la bergerie. Le soir, il le faisait rentrer. Pour être sûr de ne pas perdre de moutons, il avait un sac et un tas de cailloux.



Le matin, chaque fois qu'un mouton sortait de la bergerie, il mettait un caillou dans son sac.

Le soir, chaque fois qu'un mouton rentrait dans la bergerie, il enlevait un caillou du sac.

Ainsi, s'il lui restait des cailloux dans son sac, il savait qu'il lui manquait des moutons.

(Il savait même combien il lui en manquait)



En latin, caillou se dit « calculus ». C'est de là que vient le mot calcul !

Comme on ne trouvait pas de cailloux partout (en plus ce n'est pas très pratique pour compter le nombre de cheveux que l'on a sur la tête, il en faut... beaucoup !) les hommes ont inventé des symboles pour écrire les nombres. Selon les civilisations, les symboles changent et la façon de les placer aussi.

Décimaux, entiers... en 6ème : toute une histoire !

Voici quelques exemples d'écriture du nombre quatre mille cinq cent trente-huit :

– Numération égyptienne (de 3 000 av. J.-C. à 300 av. J.-C.)



Chiffres égyptiens :

	∩	∩	⊥	∩	∩
1	10	100	1 000	10 000	100 000

Le nombre quatre mille cinq cent trente-huit s'écrit :



A quel nombre correspond l'écriture



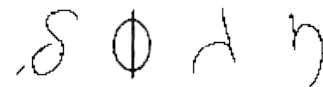
?

– Numération grecque (Alexandrie : de 300 av. J.-C. à 600 ap. J.-C.)

Chiffres grecs	α	β	γ	δ	ε	ς	ζ	η	θ
unités :	1	2	3	4	5	6	7	8	9
groupes de dix unités :	ι	χ	λ	μ	ν	ξ	ο	π	ς
groupes de cent unités :	ρ	σ	τ	υ	φ	χ	ψ	ω	λ
groupes de mille unités :	α	β	γ	δ	ε				
	1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000



Le nombre quatre mille cinq cent trente-huit s'écrit :



A quel nombre correspond l'écriture



?

Décimaux, entiers... en 6ème : toute une histoire !

→ Numération romaine (500 av. J.-C.)



Chiffres romains	I	V	X	L	C	D	M
	1	5	10	50	100	500	1000

Le nombre quatre mille cinq cent trente-huit s'écrit : **MMMM DXXX VIII**

Donner l'écriture du nombre « trois mille cinq cent cinquante et un » :

→ Numération arabes : 4 5 3 8



Et puis tout le monde a trouvé la numération arabe astucieuse. Tout le monde l'a donc utilisée.

On a vécu comme ça pendant quelques centaines d'années. On pouvait compter les moutons, les gâteaux, les maisons, ...

Décimaux, entiers... en 6ème : toute une histoire !

Et puis un jour, un homme a voulu mesurer une ficelle avec un bâton.

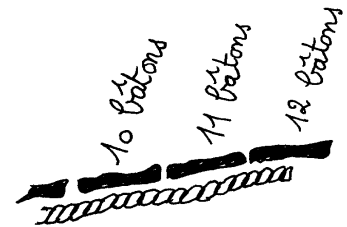


Il a reporté plusieurs fois le bâton sur la ficelle :



Mais arrivé au bout de la ficelle, **problème !**

La ficelle mesurait plus que 11 bâtons mais moins de 12 bâtons.



Ça n'allait pas, ce n'était pas précis.

Décimaux, entiers... en 6ème : toute une histoire !

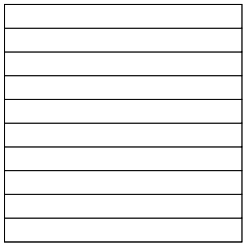
Alors, il a décidé de partager son bâton en 10 parties égales :

- * 1 petit bout faisait un dixième de bâton
- * le bâton en entier faisait dix dixièmes.

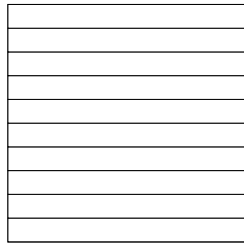


Et il a dit : « ma ficelle mesure 11 bâtons et 4 dixièmes de bâton ». Il était content !

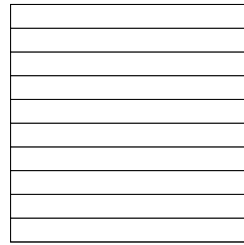
Rentré chez lui, il a fait la même chose avec un carré :



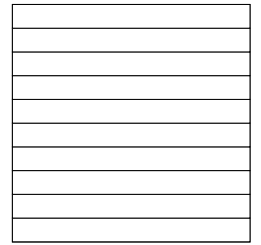
1 dixième de carré



3 dixièmes de carré

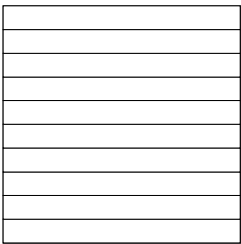


5 dixièmes de carré

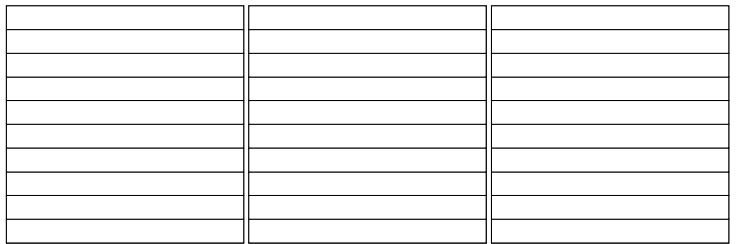


10 dixièmes de carré

Il a même continué :



13 dixièmes de carré = 1 carré + 3 dixièmes



25 dixièmes = 2 carrés + 5 dixièmes

Pour éviter d'avoir à écrire tout cela, on utilise une autre écriture : **l'écriture fractionnaire**.

On écrit 1 dixième : $\frac{1}{10}$

3 dixièmes : $\frac{3}{10}$

24 dixièmes : $\frac{24}{10}$

Et si on regarde bien les carrés là haut, on voit que : $\frac{13}{10} = 1 + \frac{3}{10}$ et que $\frac{25}{10} = 2 + \frac{5}{10}$

Essaie, toi :

$$\frac{17}{10} = \dots + \frac{\dots}{10}$$

$$\frac{35}{10} = \dots + \dots$$

$$\frac{29}{10} = \dots$$

$$\frac{70}{10} = \dots$$

$$\frac{232}{10} = \dots$$

$$\frac{128}{10} = \dots$$

Et dans l'autre sens :

$$5 + \frac{2}{10} = \frac{\dots}{10}$$

$$7 + \frac{8}{10} = \dots$$

$$23 + \frac{9}{10} = \dots$$

$$12 = \frac{\dots}{10}$$

Et dans tous les sens ! :

$$25 + \dots = \frac{257}{10}$$

$$28 + \dots = \frac{280}{10}$$

$$\dots + \frac{3}{10} = \frac{73}{10}$$

$$\dots + \dots = \frac{11}{10}$$

Décimaux, entiers... en 6ème : toute une histoire !

Bon, ce n'est pas tout. Un jour l'homme de tout à l'heure s'est dit : « *ET si je mesurais l'épaisseur de ma ficelle ?* »

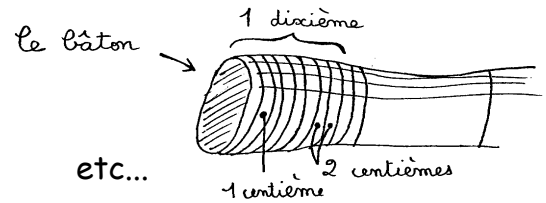
Ça a donné ceci :



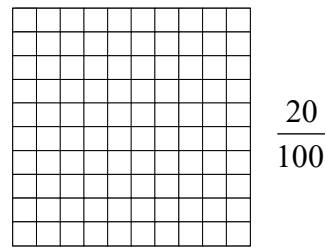
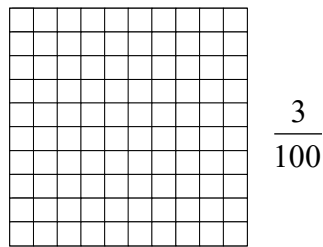
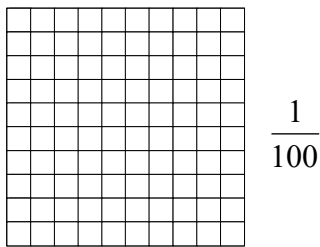
« *Ça recommence : un dixième de bâton c'est trop gros. Bon, je vais faire comme tout à l'heure se dit-il. Je vais partager mes dixièmes de bâton en 10 parties chacun. 10 petites parties dans 1 dixième ; et 10 dixièmes en tout : ça fera donc 100 petites parties dans mon bâton.* »

Un petit bout s'appelle 1 centième :

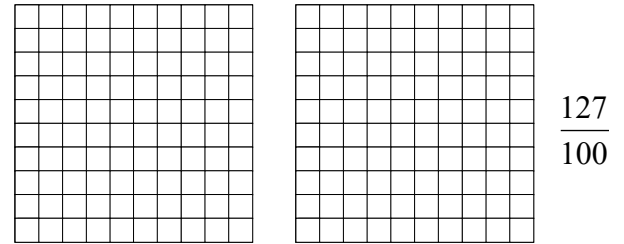
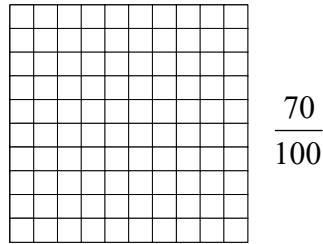
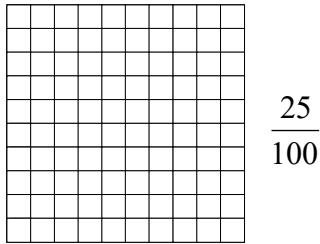
Nous on écrit 1 centième : $\frac{1}{100}$ 3 centièmes : $\frac{3}{100}$



Ensuite il est retourné chez lui et a retrouvé ses carrés :



« *Tiens, se dit-il, $\frac{20}{100}$ c'est pareil que $\frac{2}{10}$.* ». Il continue :



$$\frac{25}{100} = \frac{2}{10} + \frac{5}{100}$$

$$\frac{70}{100} = \frac{7}{10}$$

$$\frac{127}{100} = 1 + \frac{2}{10} + \frac{7}{100}$$

A toi :

$$\frac{37}{100} = \frac{\dots}{10} + \frac{\dots}{100} ; \quad \frac{54}{100} = \dots + \dots ; \quad \frac{40}{100} = \dots ; \quad \frac{142}{100} = \dots$$

Dans l'autre sens :

$$\frac{2}{10} + \frac{7}{100} = \frac{\dots}{100} ; \quad 3 + \frac{1}{10} + \frac{2}{100} = \frac{\dots}{100} ; \quad 1 + \frac{2}{100} = \frac{\dots}{100} ; \quad \frac{1}{10} + \frac{2}{100} = \frac{\dots}{100}$$

$$\dots + \frac{3}{10} + \frac{\dots}{100} = \frac{432}{100} ; \quad \frac{5}{10} = \frac{\dots}{100} ; \quad 4 + \frac{7}{10} + \dots = \frac{470}{100} ; \quad \frac{\dots}{10} = \frac{30}{100}$$

Décimaux, entiers... en 6ème : toute une histoire !

Il y a à peu près 400 ans, un comptable hollandais (il s'appelait Simon STEVIN) se dit que tout de même, ce serait mieux si on pouvait écrire tout cela d'un seul morceau...

Pouvoir écrire $2 + \frac{5}{10} + \frac{7}{100}$ plus simplement que $\frac{257}{100}$...

Il a proposé ceci : un petit ① pour les dixièmes, un petit ② pour les centièmes...

Ainsi $2 + \frac{5}{10} + \frac{7}{100}$ s'écrivait $25^{\textcircled{1}}7^{\textcircled{2}}$



Simon Stevin

Il a fallu attendre encore 200 ans (la révolution française) pour qu'apparaisse enfin :

,

LA VIRGULE !



On l'utilise ainsi : $\frac{257}{100} = 2 + \frac{57}{100} = 2 + \frac{5}{10} + \frac{7}{100} = 2,57$
 2 unités 5 dixièmes 7 centièmes



Ainsi : $\frac{3}{10} = 0$ unité et 3 dixièmes, donc : $\frac{3}{10} = 0,3$

$\frac{54}{100} = 0$ unité + $\frac{5}{10} + \frac{4}{100}$, donc : $\frac{54}{100} = 0,54$

$\frac{584}{100} = 5 + \frac{8}{10} + \frac{4}{100} = 5,84$ $\frac{521}{100} = 5 + \frac{21}{100} = 5 + \frac{2}{10} + \frac{1}{100} = 5,21$

... On a appelé ça l'écriture décimale et c'était parti !

A toi : écrire les fractions décimales suivantes en écriture décimale

$\frac{1474}{10} = \dots$; $\frac{127}{100} = \dots$; $\frac{5}{100} = \dots$; $\frac{101}{10} = \dots$;
 $\frac{506}{1000} = \dots$

Et dans l'autre sens : écrire ces nombres sous la forme d'une fraction décimale

12,56 = ; 1,1 = ; 0,096 = ; 1,25 = ; 700,5 =